**Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**м. Тернопіль. 5 грудня 2015 року**

**Завдання. 6 клас**

**1.** Розділіть фігуру, що зображена на рисунку, на чотири однакові частини:

**2.** Сьогодні неділя. Марічка почала читати книжку, у якій 290 сторінок. Вона читає 4 сторінки щодня, крім неділі, коли вона прочитує 25 сторінок. Марічка читає кожного дня. За скільки днів вона прочитає книгу?

**3.** Знайдіть усі шестицифрові числа, які мають вигляд  та діляться націло на 45.

**4.** Дорога від дому до школи займає в Андрійка 20 хвилин. Одного разу, йдучи до школи, він згадав, що забув вдома ручку. Якщо він тепер продовжуватиме йти до школи, то прийде за 3 хвилини до дзвоника, а якщо ж повернеться додому, то запізниться на 7 хвилин. Яку частину шляху пройшов Андрійко до того, як згадав про ручку?

**5.** Є сім зовні однакових монет, серед яких п‘ять справжніх (усі однакової маси) і дві фальшиві (однакової маси, але легші за справжні). Як за допомогою двох зважувань на шалькових терезах без гир виділити три справжні монети?

***На виконання роботи відводиться 3 години***

***Кожне завдання оцінюється в 7 балів***

***Використання калькуляторів не дозволяється***

**Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**м. Тернопіль. 5 грудня 2015 року**

**Завдання. 7 клас**

**1.** Магазин придбав олівці у коробках у виробника за певну ціну. Тепер він їх продає або по 10 гривень за одну коробку, або по 20 гривень за 3 коробки. Виявилось, що прибуток при продажі однієї коробки олівців та при продажі трьох коробок олівців – однаковий. За якою ціною магазин придбав олівці у виробника?

**2.** Кути *АОВ* і *ВОС* – суміжні. Промінь *ON –* бісектриса кута *BOC, а* промінь *OM* проходить між сторонами кута *AOВ.* Доведіть*,* що промінь *ОМ* є бісектрисою кута *АОВ*, якщокут *MON –* прямий.

**3.** При якому значенні ***а*** має безліч коренів рівняння

( ***х + 2 )( х + а ) – х ( х + 1 ) = 3а + 1 ?***

**4.** Відомо, що натуральні числа  такі, що число  ділиться націло на . Чи обов’язково  ділиться націло на ?

**5.** Смужку паперу розірвали на 16 частин, потім одну з частинок розірвали ще на 16 частин, потім продовжили таку ж операцію далі. Чи може на деякому етапі загальна сума шматочків паперу дорівнювати 2015?

***На виконання роботи відводиться 3 години***

***Кожне завдання оцінюється в 7 балів***

***Використання калькуляторів не дозволяється***

**Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**м. Тернопіль. 5 грудня 2015 року**

**Завдання. 8 клас**

1. Розв’яжіть рівняння: 
2. Ненульові числа  задовольняють умови:.

Чому дорівнює значення виразу ?

1. З множини  вибрали 5 різних чисел, з множини  також вибрали 5 різних чисел. Виявилось, що різниця жодних двох чисел з десяти вибраних не кратна 10. Знайдіть суму усіх 10 вибраних чисел.
2. У паралелограмі  відомо, що . На відрізку  позначили точку , відмінну від точки , і таку, що . На промені  відклали відрізок , а на промені  відклали відрізок  (вважаємо, що вказані точки розташовані так, як це показано на рисунку). Доведіть, що *DN=DM.*

















1. Є 40 зовні однакових монет, серед яких 2 фальшиві, причому вони легші від справжніх і важать однаково. Як за допомогою двох зважувань на шалькових терезах без гир відібрати 20 справжніх монет?

***На виконання роботи відводиться 3 години***

***Кожне завдання оцінюється в 7 балів***

***Використання калькуляторів не дозволяється***

**Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**м. Тернопіль. 5 грудня 2015 року**

**Завдання. 9 клас**

1. Розв’яжіть рівняння: .
2. Спростіть вираз:

$$\frac{1}{(а+1)(а+2)}+\frac{1}{(а+2)∙(а+3)}+…+\frac{1}{(а+2013)∙(а+2014)}+\frac{1}{(а+2014)∙(а+2015)}$$

1. Для всіх дійсних ***а*** і ***b*** доведіть нерівність$ 16а^{8}+с^{8}+8\geq 16а^{2}с^{2}$
2. У паралелограмі  проведені висоти  і  на сторони  і  відповідно, які ділять цей паралелограм на три частини рівної площі. На промені  за вершину  відкладається відрізок . Пряма  перетинає відрізок  у точці . Знайдіть відношення .

















1. Дано відрізок OA. Із кінця відрізка - точки A виходить **6** відрізків AB1, AB2, AB3, AB4, AB5, АВ6. Із кожної точки Bi можуть виходити ще **6** нових відрізків, або жодного нового відрізка і т.д. Чи може число вільних кінців побудованих відрізків дорівнювати **2016**? (Під вільним кінцем відрізка розуміють точку, що належить тільки одному відрізку).

***На виконання роботи відводиться 3 години***

***Кожне завдання оцінюється в 7 балів***

***Використання калькуляторів не дозволяється***

**Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**м. Тернопіль. 5 грудня 2015 року**

**Завдання. 10 клас**

1. Розв’яжіть нерівність 
2. Скільки коренів має рівняння$\left|х^{2}-4\left|х\right|\right|=а$ залежно від значення параметра ***а***? Обгрунтуйте.
3. **.** Доведіть, що 2015-цифрове число  не є простим.
4. В трапецію з основами 3см і 5см можна вписати коло і навколо неї можна описати коло. Обчисліть площу п’ятикутника, утвореного радіусами вписаного у трапецію кола, перпендикулярними до бічних сторін, відповідними відрізками цих сторін і меншою основою.
5. На нараду в міністерство для обговорення завдань олімпіад запросили 30 Заслужених вчителів України з математики, фізики, хімії та біології. Серед запрошених фізиків та біологів разом виявилось удвічі менше, ніж математиків, а фізиків та хіміків разом удвічі більше, ніж біологів. Скільки математиків запросили на зустріч, якщо вчителів з кожного предмету була різна кількість?

***На виконання роботи відводиться 3 години***

***Кожне завдання оцінюється в 7 балів***

***Використання калькуляторів не дозволяється***

**Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**м. Тернопіль. 5 грудня 2015 року**

**Завдання. 11 клас**

1. Розв’яжіть рівняння 
2. Для додатних чисел  доведіть нерівність:



1. Розв’яжіть систему рівнянь:



1. Бічна сторона рівнобічної трапеції дорівнює її меншій основі. Яким має бути кут при більшій основі трапеції, щоб її площа була найбільшою?
2. Заданий ромб, у якого сторони та одна з діагоналей дорівнюють по 6 см. Всередині або на сторонах цього ромба вибирають довільним чином 9 точок. Доведіть, що принаймні дві з них знаходяться на відстані не більшій за 3 см.

***На виконання роботи відводиться 3 години***

***Кожне завдання оцінюється в 7 балів***

***Використання калькуляторів не дозволяється***