**Завдання чвертьфіналу ХХХ Міжнародного чемпіонату з розв’язування логічних математичних задач**

1. В кожну білу клітинку потрібно вписати по одному з чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6 (число 1 вже вписано) так, щоб суми чисел по стовбцях дорівнювали відповідному числу, записаному в чорній клітинці зверху, а суми чисел по рядках дорівнювали відповідному числу, записаному в чорній клітинці зліва.
2. Вага трьох кубиків дорівнює вазі однієї кульки, а вага п’яти пірамідок дорівнює вазі двох кульок. Скільки таких пірамідок потрібно покласти на терези, щоб вони зрівноважили 12 таких кубиків?
3. Маємо 12 томів математичної енциклопедії. Вони розміщені на полиці так, як показано на малюнку (для нумерації томів використано французький алфавіт). Вважатимемо, що якщо витягнули два будь - яких томи і поміняли їх місцями, не зачіпаючи інших томів, то виконали один рух. За яку найменшу кількість таких рухів томи можна розставити в алфавітному порядку зліва направо?



1. Дано поле розмірами 5х5 (дивись малюнок). На ньому вже розмістили одну фігурку, яка складається з п’яти клітинок. Розмістіть на поле решту чотири фігурки, кожна з яких складається з п’яти клітинок так, щоб все поле було покрите фігурками і вони не налягали одна на одну. Кожну з решти чотирьох фігурок, які складаються з п’яти клітинок, можна повертати, але не можна перевертати.



1. Є посудини: одна – на 3 літри, одна - на 5 літрів, одна - на 9 літрів. Відомо, що 9 – літрова посудина повністю заповнена водою, решта посудин – порожні. За яку найменшу кількість переливань можна отримати 7 літрів води у 9 – літровій посудині? (Виливання не в посудини теж вважається переливанням.)
2. Сума цифр десяткового дробу 4,5 дорівнює 9, тобто цей десятковий дріб дорівнює половині суми всіх своїх цифр. Знайдіть найменший скінчений десятковий дріб, який більший від нуля і дорівнює одній четвертій частині від суми всіх своїх цифр.
3. Виріжіть найменшу кількість клітинок з таблиці (дивись малюнок) так, щоб фігура, що залишилася, задовольняла наступним умовам: у кожному рядочку і в кожному стовпчику всі цифри різні; кожна клітинка має щонайменше одну спільну сторону з іншими клітинками.
4. Знайдіть такі цифри А та В, щоб виконувалась рівність АВхАхВ=ВВВ. Зауважимо, що жодна з цифр не дорівнює 0, однакові букви позначають однакові цифри, різні букви позначають різні цифри.
5. Дано натуральне трицифрове число. Якщо до нього додати 3, то одержимо трицифрове число, сума цифр якого в 3 рази менша, ніж сума цифр початкового трицифрового числа. Знайдіть початкове трицифрове число.
6. Є квадрат 3х3. Сім його клітинок пофарбовані синім кольором, а дві – жовтим. Скільки є різних способів розфарбування даного квадрата? Зауважимо, що розфарбування вважаються однаковими, якщо вони можуть бути отримані один з одного лише внаслідок повороту.
7. Вставте в кожен з кружечків по одному з чисел 1,2,3,4,5,6,7 так, щоб виконувались умови: для кожної трійки сусідніх чисел – сума крайніх чисел націло ділиться на середнє число; сума всіх цих часток дорівнює 20; число, записане у найвищому кружечку – найбільше з можливих; b > a.
8. Є п’ять чорних і чотири білих карти. На кожній чорній карті написане одне з чисел 1,2,3,4,5, а на кожній білій - одне з чисел 3,4,5,6. Розмістіть карти так, щоб виконувались наступні умови: чорні та білі карти мають чергуватися; для кожного з чисел, крім 1, принаймні хоча б на одній із сусідніх карт записане число, з яким воно має спільний дільник більший, ніж 1; утворене дев’ятицифрове число – найбільше з можливих.



1. Капітан корабля народився між 1901 і 2000 роками. Коли йому було від 30 до 60 років, він написав мемуари, в яких була і така інформація: «Сьогодні мій День народження. Я щойно завершив написання мемуарів. Доречі, сьогодні той самий день тижня, як і в день, коли я народився». Скільки років капітану?
2. Матіас має число, яке є степенем двійки. Він додав до нього 1 і одержав восьмицифрове число aabbccaa, причому всі три цифри a, b, c – різні. Запишіть одержане восьмицифрове число.
3. Дві точки стартують о 12.00 і рухаються вздовж кола циферблата (дивись малюнок). Одна з них рухається проти годинникової стрілки, інша – за. Вони мають сталі однакові швидкості. Та, котра рухається проти годинникової стрілки, перший раз зустрічає кінець хвилинної стрілки через 100 секунд після старту. Через скільки секунд інша точка вперше зустріне кінець хвилинної стрілки?
4. Всередині куба, ребро якого 1дм, знаходиться дві однакових сфери. Яким щонайбільше може бути їх сумарний об’єм? (Зрозуміло, що сфери знаходяться зовні одна одної.)
5. Матіас має число 2016. Він додає куби всіх його цифр і одержує 225. Знаходить суму кубів всіх цифр одержаного результату і отримує 141. Потім знову знаходить суму кубів всіх цифр результату і одержує число 66 і т.д. Продовжуючи в такий спосіб свої дії, він одержував результати 432, 99, 1458, 702, 351, 153, 153, 153, … Матіас помітив, що далі всі результати були 153. Скільки чисел від 2001 до 2100 таких, що якщо з ними здійснювати аналогічні дії, то починаючи з деякого моменту постійно даватимуть результат 153?
6. Матильда має правильні чотиригранники і правильні восьмигранники, ребро кожного з яких 5 см. З них вона склала правильний восьмигранник, ребро якого 15 см. Скільки вона використала чотиригранників і скільки восьмигранників?