

29 Міжнародний чемпіонат з розв'язування логічних математичних задач

Чвертьфінал (заочний етап)

Завдання чвертьфіналу 29 Міжнародного чемпіонату з розв'язування логічних математичних задач

1. В порожні клітинки розставте цифри 1, 2, 3 так, щоб виконувались вказані нерівності (цифра справа повинна бути більша ніж сусідня цифра зліва; нерівностей на малюнку дві.) Всього має бути три 1, три 2, три 3. В кожному рядку та в кожному стовпці має бути по одній 1, одній 2, одній 3.

1		<	

2. Впишіть замість рисочок цифри так, щоб отримати правильний приклад на додавання. (Зрозуміло, що запис числа не починається нулем.) Всього в прикладі має бути п'ять 2, два 0, дві 1, дві 5.

$$\begin{array}{r}
 2015 \\
 + \quad _ _ _ \\
 \hline
 = 2 _ _ _
 \end{array}$$

3. Дано чотири твердження. Лише одне з них вірне.

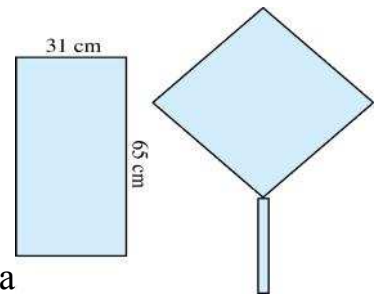
№1. Лише одне з цих тверджень невірне.

№2. Лише два з цих тверджень невірні.

№3. Лише три з цих тверджень невірні.

№4. Лише три з цих тверджень вірні.

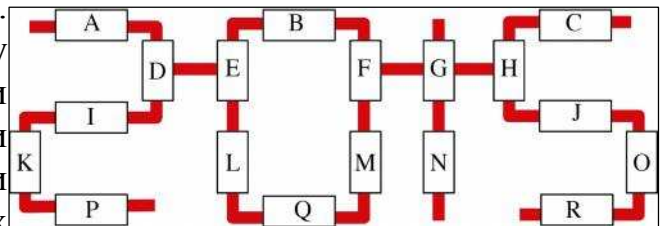
Вкажіть номер твердження, яке є вірним.



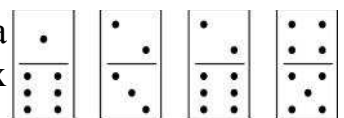
4. Дано прямокутник розмірами 31x65см. Розріжте його на найменшу кількість частин, з яких можна буде скласти фігуру, зображену справа від прямокутника (квадрат та прямокутник).

5. Дано 18 прямокутних ламп, сполучених між собою кабелем. (Дивись малюнок.) Спочатку загорається лише 1 лампочка.

Потім кожну наступну секунду загораються всі лампочки, які є сусідніми до тих, що вже світяться. (Лампочки називаються сусідніми, якщо вони сполучені кабелем і між ними немає інших лампочок.) Через, яку найменшу кількість секунд всі лампочки будуть світитися?

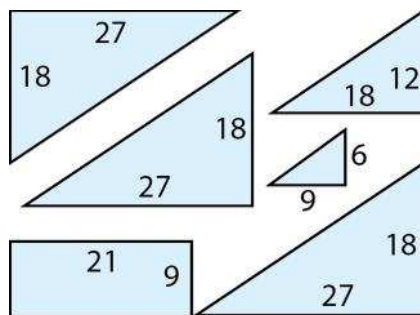


6. Є чотири доміношки. Їх розмістили у вигляді прикладу на множення (дивись малюнок). Зобрази таке розміщення цих доміношок, при якому приклад на множення є вірним.

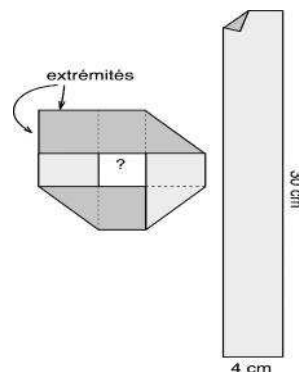


$$\begin{array}{r}
 \boxed{} \boxed{} \\
 \times \boxed{} \\
 \hline
 = \boxed{} \boxed{}
 \end{array}$$

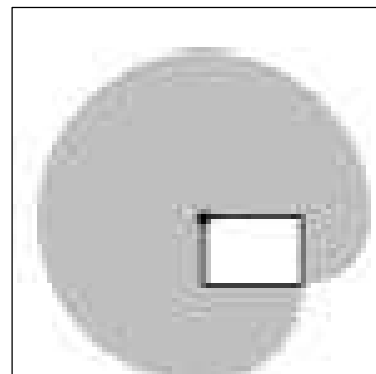
7. Скільки існує трицифрових чисел таких, що самі націло діляться на 15 і сума їх цифр теж націло ділиться на 15?
8. Щоб не проспати, Михась поставив будильник. Хлопчик встав, о 8 годині, коли будильник дзвонив вже п'ятий раз. Прокидався Михайлик за чверть до 8 години. В цей момент будильник не дзвонив, але до цього дзвонив точно один раз. На котру годину поставив будильник Михась?
9. З фігурок, зображених на малюнку, складіть квадрат.



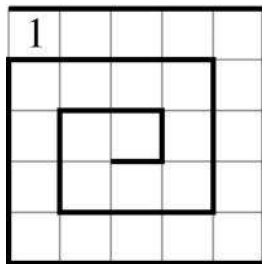
10. Маємо замок. Його код є трицифровим числом, перша цифра якого не 0. Якщо до цього трицифрового числа додати 3, то одержимо число, сума цифр якого в три рази менша, ніж сума цифр кода. Знайдіть код.
11. Прямокутну стрічку, розмірами 4смх30 см згинають так, щоб отримати фігуру, зображену на малюнку. Частина фігури, яка помічена на малюнку стрілочками – це те місце, де частини стрічки налягають одна на одну. В середині утвореної фігури є отвір у формі квадрата. Знайдіть довжину сторони квадрата.



12. Хлопчик та дівчинка зобразили кожен свій круг. Виявилось наступне: довжина дуги, що стягує центральний кут 45 градусів на малюнку хлопчика, дорівнює довжині дуги, що стягує центральний кут 30 градусів на малюнку дівчинки. Площа круга хлопчика дорівнює 60 кв.см. Знайдіть площу круга дівчинки.
13. На малюнку показано вид зверху на поле та хатинку пастуха. Хатинка є прямокутником, довжина якого в півтора рази більша, ніж ширина. (Висотою будівлі в цій задачі нехтуємо.) Пастух може прив'язати козу в будь – якій точці будь – якої стіни своєї хатинки зовні. Довжина мотузки дорівнює півпериметру хатинки. Якщо прив'язати козу в кутку хатинки (на малюнку позначено чорною точкою), то доступна для неї ділянка (сіра область на малюнку) має площу 88 кв.м. Якою буде мінімальна можлива площа доступної для кози ділянки, якщо прив'язати її в іншому місці?



14. У спіраль (дивись малюнок) по порядку записують в клітинки цифри 1, 2, 3, 1, 2, 3, ..., починаючи із записаної вже 1 так, щоб в кожному з 5 стовпців і в кожному з 5 рядків була одна 1, одна 2, одна 3. Зрозуміло, що деякі клітинки будуть порожніми. Зробіть це.



15. Скільки існує цілих невід'ємних значень x , щоб їм відповідали дійсні додатні числа y та z такі, що впорядкована трійка чисел (x, y, z) є розв'язком системи рівнянь: $xz + yz = 20$, $x + y + z = 15$?
16. Середнє арифметичне суми квадратів чисел від 1 до 77 (включно) дорівнює 2015. Скільки існує послідовностей натуральних чисел (від 1 до n), середнє арифметичне квадратів членів яких дорівнює цілому числу, яке менше 2015?
17. Чотирьохцифрове число називається щасливим, якщо воно дорівнює сумі четвертих степенів всіх своїх цифр. (Зрозуміло, що число не починається 0.) Знайдіть таке щасливе число.
18. В коло вписано три різних по кількості сторін правильних багатокутника. У одного з цих багатокутників сторін у 2 рази більше, ніж у деякого іншого. Якщо взяти по одній стороні з кожного з цих багатокутників, то з них можна скласти прямокутний трикутник. Вкажіть види вписаних багатокутників.